

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.

5p a) Számítsd ki a  $B^2$  mátrixot, ahol  $B^2 = B \cdot B$ .

5p b) Igazold, hogy  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

5p c) Igazold, hogy  $C^4 = 6^4 \cdot I_2$ , ahol  $C = B^2 + A^{-1}$  és  $C^4 = C \cdot C \cdot C \cdot C$ .

2. Adottak az  $f = X^3 + aX^2 + X + \hat{1}$  és  $g = X + \hat{3}$  polinomok a  $\mathbb{Z}_5[X]$  gyűrűben.

5p a) Határozd meg az  $a \in \mathbb{Z}_5$  értékét úgy, hogy az  $f$  polinom osztható legyen  $g$  polinommal!

5p b) Igazold, hogy  $a = \hat{1}$  esetén  $f = (X + \hat{1})(X^2 + \hat{1})$ .

5p c) Oldd meg a  $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$  gyűrűben az  $f(x) = \hat{0}$  egyenletet, ha  $a = \hat{1}$ .