

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 15

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) : \frac{17}{60} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Calculați $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4) \cdot f(5)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x-3} = 5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să verifice inegalitatea $x^2 - 2x \leq 0$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ și $B(6,0)$. Arătați că triunghiul AOB este isoscel.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A cu $AB = 6$ și $AC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x-1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(B(1)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A - 2A = I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = I_2$.
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y - 2$.
- 5p a) Arătați că $(-1) * 2020 = -3$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * (2x) = 3$.
- 5p c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = -1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 5x + \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(4x-1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x^2 - x - 1) dx = 0$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați numerele reale a pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2+1} \cdot e^x dx = (ae)^2 - e$.