

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$.
- 5p 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$ függvény grafikus képének az Ox tengellyel való metszéspontjainak abszcisszáit!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_5(2x - 1) = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ halmaz véletlenszerűen kiválasztott eleme az 1000-nek osztója legyen!
- 5p 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $O(0, 0)$, $A(0, 3)$ és $B(4, 0)$ pontok. Számítsd ki az AOB háromszög területét!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sin x = \frac{3}{5}$, ha $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\cos x = \frac{4}{5}$.

II. FELADAT

(30 punct)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 0$.
- 5p b) Ellenőrizd az $A \cdot (A + I_2) = O_2$ egyenlőséget, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Határozd meg az m valós számokat, amelyekre $\det B = 0$, ahol $B = A \cdot A + mI_2$.
2. Adott az $f = X^3 + X^2 + 4X + 4$ polinom.
- 5p a) Igazold, hogy $f(-1) = 0$.
- 5p b) Határozd meg az f polinomnak az $X^2 + 3X + 2$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p c) Igazold, hogy $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_2x_3} + \frac{1}{x_3x_1} = -\frac{3}{4}$, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei.

III. FELADAT

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 12x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének az $x = 2$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Igazold, hogy $-16 \leq f(x) \leq 16$, bármely $x \in [-2, 2]$ esetén.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) - 3x^2 - 1) dx = 1$.
- 5p b) Számítsd ki az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = 1$ és $x = 2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!
- 5p c) Igazold, hogy az f függvény bármely primitív függvénye növekvő \mathbb{R} -en.