

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\frac{1}{2} : 0,5 - 1 = 0$.
- 5p 2. Számítsd ki az $f(-1) + f(0) + f(1)$ összeget, ahol $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{3x+1} = 5$ egyenletet!
- 5p 4. Egy termék ára 150 lej. Határozd meg a termék 30% -os áremelés utáni árát!
- 5p 5. Az xOy koordináta-rendszerben adottak az $A(1,5)$ és $B(3,5)$ pontok. Határozd meg az A és B pontok közötti távolságot!
- 5p 6. Számítsd ki az A -ban derékszögű ABC háromszög AB oldalának hosszát, ha $AC = 5$ és $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adottak az $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det M = 4$.
- 5p b) Igazold, hogy $M \cdot M + 3M + 4I_2 = O_2$, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Határozd meg az a és b valós számokat úgy, hogy $M \cdot M \cdot M = aM + bI_2$.
2. Adott az $f = X^3 - 5X^2 + 5X - 1$ polinom.
- 5p a) Igazold, hogy $f(1) = 0$.
- 5p b) Igazold, hogy $f(a) + f(-a) + 2 \leq 0$, bármely a valós szám esetén!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15x_1x_2x_3$, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei.

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének az $x=1$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(2012) + f(2014) \leq f(2013) + f(2015)$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) + 4) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Határozd meg a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x) + 5}$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!
- 5p c) Határozd meg azt az a , $a > 1$ valós számot, amelyre teljesül az $\int_1^a \frac{f(x) + 4}{x} dx = 12$ egyenlőség!