

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADAT**

**(30 pont)**

- 5p 1. Igazold, hogy  $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10$ .
- 5p 2. Határozd meg az  $a$  valós számot, ha tudjuk, hogy  $f(1) = a$ , ahol  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 3$ .
- 5p 3. Oldd meg valós számok halmazán a  $\log_2(2x + 1) = \log_2 5$  egyenletet!
- 5p 4. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából kiválasztva egy számot, az osztható 10-el?
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak az  $A(2,5)$  és  $B(3,5)$  pontok. Számítsd ki az  $A$  és  $B$  pontok közötti távolságot!
- 5p 6. Igazold, hogy  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{4}$ .

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  és  $C = \begin{pmatrix} 3 & x \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $\det A = 0$
- 5p b) Határozd meg az  $x$  valós számot, ha tudjuk, hogy  $B + C = A$ !
- 5p c) Igazold, hogy  $B \cdot B + B = O_2$ , ahol  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ !
2. A valós számok halmazán értelmezett az  $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$  algebrai művelet.
- 5p a) Igazold, hogy  $0 \circ (-4) = -4$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 4$ , bármely  $x$  és  $y$  valós számok esetén!
- 5p c) Oldd meg a valós számok halmazán az  $x \circ x = 12$  egyenletet!

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ !
- 5p b) Igazold, hogy  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{4}$ .
- 5p c) Határozd meg az  $f$  függvény függvény grafikus képehez az  $x_0 = 1$  abszcisszájú pontjában húzott érintő egyenletét!
2. Adottak az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x$  és  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - 1$  függvények.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_0^1 e^x dx = e - 1$ .
- 5p b) Igazold, hogy az  $F$  függvény az  $f$  függvénynek egy primitív függvénye!
- 5p c) Számítsd ki  $\int_0^1 F(x) dx$  értékét!