

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Mutasd ki, hogy $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} + 1\right) - \left(2 - \frac{4}{3}\right) = 0$.
- 5p 2. Határozd meg az m valós számot, ha tudjuk, hogy az $A(2,5)$ pont hozzátartozik az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 3$ függvény grafikus képéhez!
- 5p 3. Oldd meg a $\sqrt{x+4} - 2 = x$ egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy kiválasztva egy számot a kétjegyű természetes számok halmazából, ennek számjegyei egyenlőek legyenek!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-1,1)$ és $B(2,-2)$ pontok. Határozd meg az a valós számot, ha tudjuk, hogy az A , B és $C(4,a)$ pontok kollineárisak!
- 5p 6. Az $MNPQ$ négyzet átlójának hossza $6\sqrt{2}$. Számítsd ki a négyzet területét!

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A - B) = 1$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy a $C = A \cdot A + B \cdot B$ mátrix **nem** invertálható!
- 5p c) Határozd meg az x és y valós számokat, amelyekre $A \cdot X = X \cdot B$, ahol $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ x & y \end{pmatrix}$!
2. Az $M = (0, +\infty)$ halmazon értelmezzük az $x * y = \frac{xy+1}{x+y}$ asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $1 * 1 = 1$.
- 5p b) Határozd meg az $x \in M$ számot, ha tudjuk, hogy $x * 2 = \frac{3}{2}$.
- 5p c) Számítsd ki: $\lg 2 * \lg 4 * \lg 6 * \lg 8 * \lg 10$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^{2020} + 1, & x \in (0, 1] \\ \frac{x+1}{x}, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy az f függvény folytonos az $x_0 = 1$ pontban!
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez húzott aszimptota egyenletét $+\infty$ felé!
- 5p c) Igazold, hogy az f' függvény növekvő az $(1, +\infty)$ intervallumon!
2. Adottak az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x}$ és $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x \ln x$ függvények.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_1^2 x f(x) dx = e(e-1)$.

5p b) Számítsd ki: $\int_e^{e^2} \frac{g(x)}{xe^x} dx$.

5p c) Igazold, hogy $\int_1^e (f(x) + g(x)) dx = e^e$.